递推算法

递推

斐波那契数列是这样一系列数：1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 …，可以发现从第三项开始，每一项是前两项之和。

And 斐波那契数列是怎么来的？

早在 1202 年，意大利数学家 Leonardo Pisano,Fibonacci 在《算盘书》中提出兔子问题：假设一对初生兔子一个月到成熟期，一对成熟兔子每月生一对兔子，那么由一对初生兔子开始，6 个月后会有多少对兔子？

每个月兔子数 = 每个月初生兔子数 + 每个月成熟兔子数
= 上个月成熟兔子数 +（上个月初生兔子数 + 上个月成熟兔子数）
= 上个月成熟兔子数 + 上个月初生兔子数 +（上上个月成熟兔子数 + 上上个月初生兔子数）
= 上个月兔子数 + 上上个月兔子数

到第 6 个月兔子数是 8 对，其中初生兔子 3 对，成熟兔子 5 对。用表示第 n 个月兔子的对数，则二阶递推公式为：
从第三项起，每项为前两项的和。
1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,...
以上就是斐波那契数列，斐波那契数列中每个数都是斐波那契数。

7.1-1

```
#include<bits/stdc++.h> // 斐波那契数列 ， 兔子繁殖
using namespace std;
int n;
long long a[57];
int main()
{
	cin>>n;
	a[0]=0;
	a[1]=1;
	for(int i=2;i<=n;i++) a[i]=a[i-1]+a[i-2];
	cout<<a[n];
	return 0;
}
```

7.1-2-a

```
#include<bits/stdc++.h> // 母牛生小牛
using namespace std;
int n;
long long a[57];
int main()
{
	cin>>n;
	a[0]=0;
	a[1]=1;
	a[2]=1;
	a[3]=1;
	for(int i=4;i<=n;i++) a[i]=a[i-1]+a[i-3];
	cout<<a[n];
	return 0;
}
```

设有一头小母牛，从出生第四年起每年生一头小母牛，按此规律，问第 N 年时有几头母牛（假设牛是永生的）。

[输人格式]一行,一个整数N,表示年份。

[输出格式]一行，一个整数，表示第 N 年时母牛的数量。

输入：5 输出：3

输入：20 输出：872

[数据范围]

对于 100% 的数据 :n ≤ 50。

7.1-2-b

```
#include<iostream>// 母牛生小牛 , 函数（仅供参考）
using namespace std;
int cow(int year);//cow 牛
int main()
{
	int year;
	cin>>year;
	cout<<cow(year)<<endl;
	return 0;
}
int cow(int N)
{
	if(N<4) return 1;
	else return cow(N-1)+cow(N-3);
}
```

输入：5
输出：3

输入：20
输入：872

走楼梯，每次走一级台阶或者走二级台阶，走 n 多个台阶，问：有多少种走法？

7.1-3-a

```
#include<bits/stdc++.h> // 斐波那契数列 ， 走楼梯
using namespace std;
int n;
long long a[57];
int main()
{
	cin>>n;
	a[0]=0;
	a[1]=1;
	a[2]=2;
	for(int i=3;i<=n;i++) a[i]=a[i-1]+a[i-2];
	cout<<a[n];
	return 0;
}
```

输入：5
输出：8

走楼梯，有三种走法，每次走一级台阶，或者走二级台阶，或者走三级台阶，走 n 多个台阶，问：有多少种走法？

有 1xn 的一个长方形，尝试用一个 1x1、1x2 和 13 的骨牌铺满方格。例如当 n=3 时为 1x3 的方格。此时用 1x1、1x2 和 1x3 的骨牌铺满方格，共有四种铺法。

[输人格式]

一个整数 n，表示方格数。

[输出格式]

一个整数，表示方法总数。

输入：3 输出：4

输入：8 输出：81

7.1-3-b

```
#include<iostream>// 骨牌（走楼梯）
using namespace std;
long long int a[100005];
int n,i;
int main()
{
    cin>>n;
    a[1]=1;
    a[2]=2;
    a[3]=4;
    for(i=4;i<=n;i++)
        a[i]=a[i-1]+a[i-2]+a[i-3];
    cout<<a[n];
    return 0;
}
```

输入：4
输出：7

输入：5
输出：13

输入：6
输入：24

猴子吃桃问题：猴子第一天摘下若干个桃子，当即吃了一半，还不瘾，又多吃了一个；第二天早上又将剩下的桃子吃掉一半，又多吃了一个；以后每天早上都吃了前一天剩下的一半零一个；到第 10 天早上想再吃时，见只剩下一个桃子了。求第一天共摘了多少。

7.1-4-a

```
#include<bits/stdc++.h> // 猴子吃桃子
using namespace std;
int n;
long long a[100];
int main()
{
      int i;
      a[10]=1;
      for(i=9;i>=1;i--) a[i]=(a[i+1]+1)*2;
      cout<<a[1];
      return 0;
}
```

输出：1534

一堆桃子不知数目，猴子第一天吃掉一半，又多吃了 x 个，第二天照此方法，吃掉剩下桃子的半又多 x 个，天天如此，到第 n 天后，猴子发现只剩 3 只桃子了，问这堆桃子在第 t 天还剩多少个？

[输入]第一行两个整数 n，x，表示吃的天数和每天多吃的数量；

接下来若干行每行一个整数 t，询问第 t 天清晨桃子的数量

[输出]若干行，每行一个整数，输出询问的答案

7.1-4-b

```
#include<iostream>// 猴子吃桃
using namespace std;
int i,n,t,x,f[57];
int main()
{
      cin>>n>>x;
      f[n+1]=3;
      for(i=n;i>=1;i--)        f[i]=(f[i+1]+x)*2;
      while(cin>>t)      cout<<f[t]<<endl;
      return 0;
}
```

输入：
5　　3
2
3
5
输出：
138
66
12

【题目描述】科学家在热带森林中发现了一种特殊的昆虫，这种昆虫的繁殖能力很强。每对成虫过 x 个月产 y 对卵，每对卵要过两个月长成成虫。假设每个成虫不死，第一个月只有一对成虫，且卵长成成虫后的第一个月不产卵（过 x 个月产卵），问过 z 个月以后，共有成虫多少对？ 0 ≤ x ≤ 20,1 ≤ y ≤ 20,X ≤ z ≤ 50。

【输入】x,y,z 的数值。　　【输出】过 z 个月以后，共有成虫对数。

【输入样例】1 2 8　　【输出样例】37

7.1-5

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int x,y,z;
long long a[55];// 成虫
long long b[55];// 幼虫
int main()
{
	cin>>x>>y>>z;
	for(int i=1;i<=x;i++)
	{
		a[i]=1;
		b[i]=0;
	}
	/* 每对成虫过 x 个月产 y 对卵，每对卵要过两个月长成成虫。
	假设每个成虫不死，第一个月只有一对成虫，
	且卵长成成虫后的第一个月不产卵（过 x 个月产卵），
	问过 z 个月以后，共有成虫多少对 */
	// 每隔 x 个月循环一次　// 最后少于 z 个月，因为从 1 开始算，所以要加 1
	for(int i=x+1;i<=z+1;i++)
	{
		b[i] = y*a[i-x]; // 成虫是每隔 x 个月产 y 对卵
		a[i] = a[i-1] + b[i-2];
			// 这个月的成虫数等于上个月成虫数 + 前两个月的卵的和 .
	}
	cout<<a[z+1]<<endl;
	return 0;
}
```

n*m 的矩阵，从矩阵左上角到右下角有多少条不同的路径？（同一路径不允许重复走，只能向下或向右走）

输入：6　4　　输出：210

```
#include<iostream>// 矩阵行走 递推     7.1-6-a
#include<iomanip>
using namespace std;// 路径条数 =a[i-1] [j]+a[i][j-1]
int main()
{
	int i,j,n,m;
	int a[100][100]={0};// 存储图形
	cin>>n>>m;
	a[0][0]=1;
	for(j=1;j<=m;j++)// 第一行初始化为 1
	{
		a[0][j]=a[0][j-1];
	}
	for(i=1;i<=n;i++)// 第一列初始化为 1
	{
		a[i][0]=a[i-1][0];
	}
	for(i=1;i<=n;i++)
	{
		for(j=1;j<=m;j++)
		{
			a[i][j]=a[i-1][j]+a[i][j-1];// 递推计算
		}
	}
	for(i=0;i<=n;i++)
	{
		for(j=0;j<=m;j++)	{	cout<<setw(3)<<a[i][j]<<"  "; }
		cout<<endl;
	}
	cout<<endl<<a[n][m];
	return 0;
}
```

```
4 5
  1    1    1    1    1    1
  1    2    3    4    5    6
  1    3    6   10   15   21
  1    4   10   20   35   56
  1    5   15   35   70  126
126
```

7.1-6-b

```
#include<iostream>// 矩阵行走 递推
using namespace std;// 路径条数 =a[i-1] [j]+a[i][j-1]
int main()
{
	int i,j,n,m;
	int a[100][100]={0};// 存储图形
	cin>>n>>m;
	a[0][0]=1;
	for(i=0;i<=n;i++)
	{
		for(j=0;j<=m;j++)
		{
			if(i==0&&j==0) continue;
			if(i==0) a[i][j]=a[i][j-1];
			else if(j==0)a[i][j]=a[i-1][j];
				else a[i][j]=a[i-1][j]+a[i][j-1];
		}
	}
	for(i=0;i<=n;i++)
	{
		for(j=0;j<=m;j++)
		{
			cout<<a[i][j]<<"  ";
		}
		cout<<endl;
	}
}
```

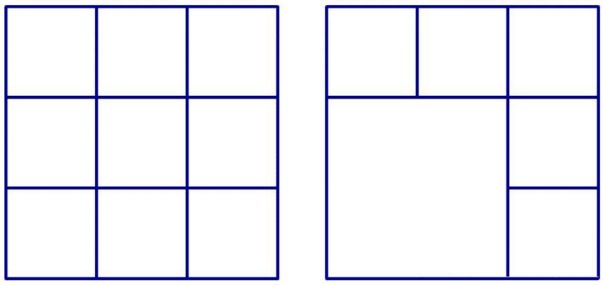
7.1-7

```
#include<iostream>//pell 数列
using namespace std;
int main()
{
	int i,x;
	int a[100];
	a[1]=1;
	a[2]=2;

	cin>>x;
	for(i=3;i<=x;i++) a[i]=a[i-1]*2+a[i-2];

	for(i=1;i<=x;i++) cout<<a[i]<<" ";
	return 0;
}
```

```
10
1 2 5 12 29 70 169
408 985 2378
```

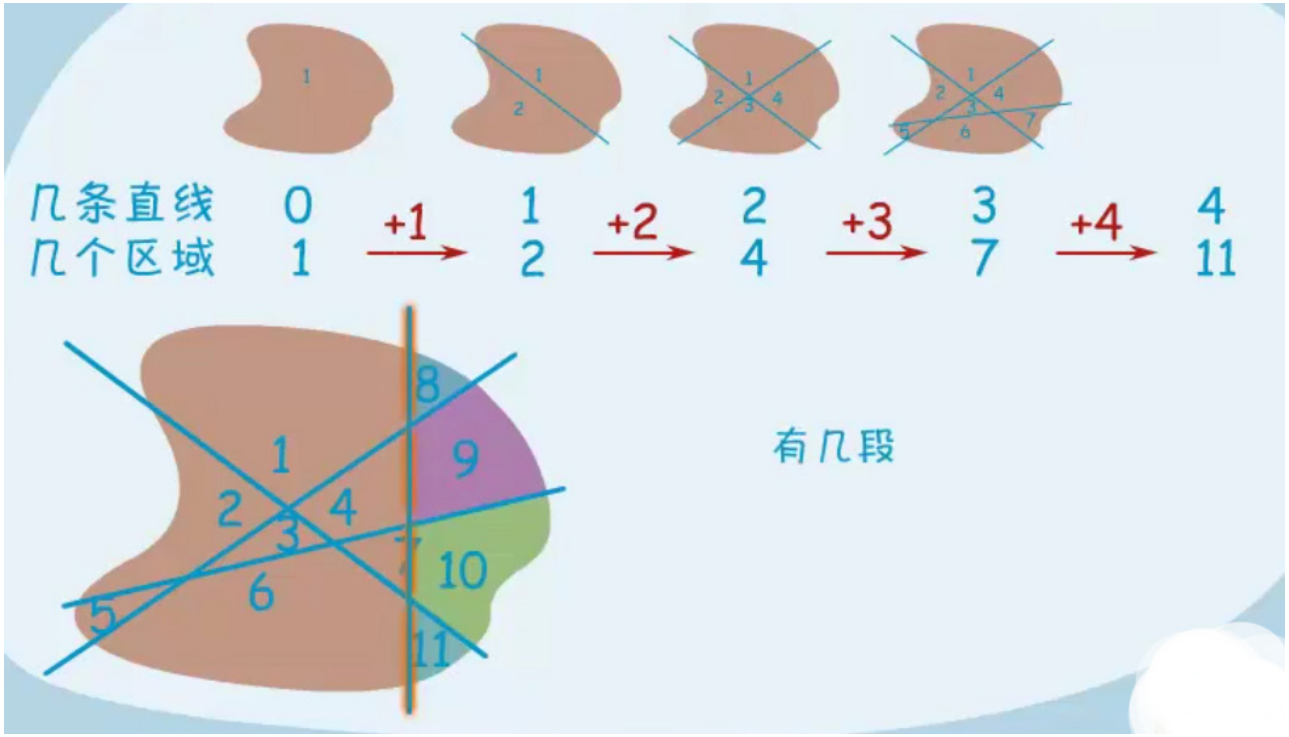
7.1-8

```
#include<iostream>//n*n 正方形包含几个正方形？
using namespace std;
int main()
{
	int i,n;
	int sum=0;
	cin>>n;
	for(i=n;i>=1;i--)
	{
		sum+=i*i;
	}
	cout<<sum;
	return 0;
}
```



输入：5
输出：55

输入：6
输出：91



7.1-9

```
#include<iostream>// 直线平分面？
using namespace std;
int main()
{
	int i,n;
	int sum[100]={0};
	cin>>n;
	sum[0]=1;
	for(i=1;i<=n;i++)
	{
		sum[i]=sum[i-1]+i;
	}
	for(i=0;i<=n;i++)
		cout<<sum[i]<<" ";
	return 0;
}
```

```
7
1 2 4 7 11 16 22 29
```

递推练习题

选自东方博宜

1146. 求 S 的值

问题描述

求 S=1+2+4+7+11+16……的值刚好大于等于 5000 时 S 的值。

输入

无

输出

一行，一个整数。

本题可以递推求解，使用变量 x 代表每一项的值。

```
#include <bits/stdc++.h>//2-1146    javacn
using namespace std;
//x 代表每一项的值
int s = 0,x = 1;
int main()
{
	for(int i = 1;s < 5000;i++)
	{
		s = s + x;
		// 递推：A(n)=A(n-1)+(n-1)
		x = x + i;
	}
	cout<<s;
	return 0;
}
```

1147. 求 1/1+1/2+2/3+3/5+5/8+8/13+13/21……的前 n 项的和

求 1/1+1/2+2/3+3/5+5/8+8/13+13/21+21/34 …… 的前 n 项的和。

输入　　输入一个整数 n（1 ≤ n ≤ 30）。

输出　　输出一个小数，即前 n 项之和（保留 3 位小数）。

输入

20

输出

12.660

```
#include <bits/stdc++.h>//3-1147    javacn
using namespace std;
int a[50];
int n;
int main()
{
	cin>>n;
	// 求出斐波拉契数列的前 n+1 项
	a[1] = 1;
	a[2] = 1;

	for(int i = 3;i <= n + 1;i++)
	{
		a[i] = a[i - 1] + a[i - 2];
	}
	// 求结果
	double ans = 0;
	for(int i = 1;i <= n;i++)
	{
		ans += a[i] * 1.0 / a[i+1];
	}

	printf("%.3lf",ans);
	return 0;
}
```

```
/*
思路：
分子和分母分别是斐波拉契数列
分子是第 i 项时，分母是第 i+1 项
因此如果要求前 n 项的值，需要求出斐波拉契数列的前 n+1 项
*/
```

1145. 数列求和

有一数列如下： 1 2 4 7 11 16 22 …… 试求该数列前 N 项之和。

输入 一个整数 N （ 0<N<1000 ）。 输出 一个整数。

输入 6 输出 41

```
#include<bits/stdc++.h>//4-1145-1   数列求和  w2016010182
using namespace std;
long long a[1005];
int main()
{
	int  n,i;
	long long sum=1;
	cin>>n;
	a[0]=1;
	for(i=1;i<n;i++)// 所有项数和
	{
		a[i]=a[i-1]+i;
		sum=sum+a[i];
	}
	cout<<sum;
	return 0;
}
#include<bits/stdc++.h>//4-1145-2   hasome
using namespace std;
int main(){
	int n,i,t=1,s=0;
	cin>>n;
	for(i=0;i<n;i++)
	{
		t=t+i;
		s=s+t;
	}
	cout<<s<<endl;
	return 0;
}
```

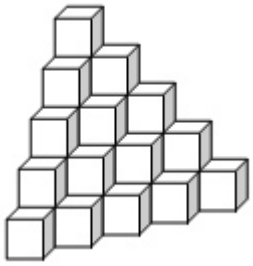
1148. 数数小木块　　在墙角堆放着一堆完全相同的正方体小木块，如下图所示：

因为木块堆得实在是太有规律了，你只要知道它的层数就可以计算所有木块的数量了。

输入：只有一个整数 n ，表示这堆小木块的层数，已知 1 ≤ n ≤ 100。

输出：只有一个整数，表示这堆小木块的总数量。

输入　5　　输出　35



```
#include <bits/stdc++.h>//6-1148-1
using namespace std;
int mu[100];
int main(){
	int n;
	cin>>n;
	int s=0;
	for(int i=1;i<=n;i++)
	{
		mu[i] = mu[i-1]+i;
		s+=mu[i];
	}
	cout<<s;
	return 0;
}
```

先找出每层方块的次数，然后找出规律，可以计算每层的次数。

1

1+2

1+2+3

1+2+3+4

1+2+3+4+5

```
#include <bits/stdc++.h>//6-1148-2
using namespace std;
int main(){
	int n;
	cin>>n;
	int a = 1;
	int s = 1;
	for(int i=2;i<=n;i++)
	{
		a = a+i;
		s+=a;
	}
	cout<<s;
	return 0;
}
```

1216. 数塔问题

有如下所示的数塔，要求从底层走到顶层，若每一步只能走到相邻的结点，则经过的结点的数字之和最大是多少？

输入：输入数据首先包括一个整数整数 N (1 ≤ N ≤ 100)，表示数塔的高度，接下来用 N 行数字表示数塔，其中第 i 行有个 i 个整数，且所有的整数均在区间 [0,99] 内。

输出；从底层走到顶层经过的数字的最大和是多少？

输入

5

7

3 8

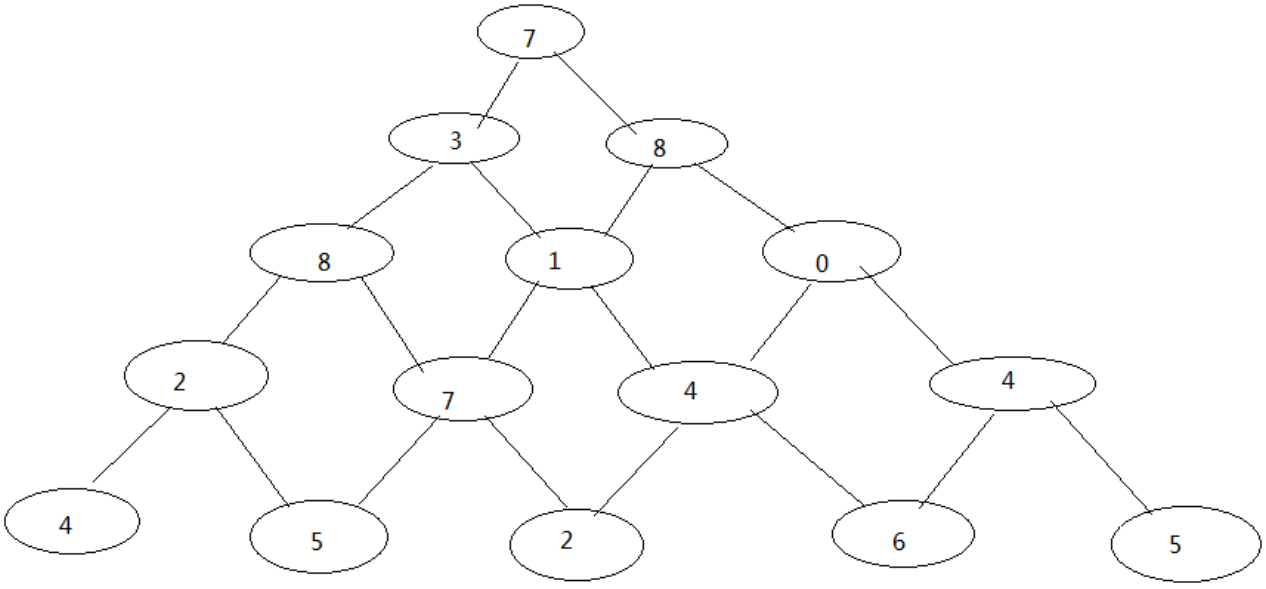
8 1 0

2 7 4 4

4 5 2 6 5

输出

30



```
#include<bits/stdc++.h>//7-1216   改自 javacn
#include<iomanip>
using namespace std;
int a[110][110];
// 思路：将数塔存入二维数组，从倒数第 2 层开始，递推计算出走到每个点最多能够累计的最大数字和，直到第 1 层，就能求出所经过结点的数字和的最大值
int main()
{
	int n;
	cin>>n;
	for(int i=1;i<=n;i++)
	{
		for(int j=1;j<=i;j++)		{	cin>>a[i][j];	}
	}
    // 从倒数第 2 层开始逆推，每个点累加下方的值和下方右边的值中的较大值
	for(int i=n-1;i>=1;i--)
	{
		for(int j=1;j<=i;j++)
		{
			a[i][j] = a[i][j] + max(a[i+1][j],a[i+1][j+1]);
		}
	}
	cout<<a[1][1];
	return 0;
}
```

也可以这样写：

```
if(a[i+1][j]>a[i+1][j+1])
{
	a[i][j] = a[i][j] + a[i+1][j];
}
else
{
	a[i][j] = a[i][j] + a[i+1][j+1];
}
```

1224. 过河卒

A 点有一个过河卒，需要走到目标 B 点。

卒行走规则：可以向下、或者向右。同时在棋盘上的任一点有一个对方的马（如下图的 C 点），该马所在的点和所有跳跃一步可达的点称为对方马的控制点。

例如：下图 C 点可以控制 9 个点（图中的 P1,P2 …… P8 和 C ），卒不能通过对方马的控制点。 棋盘用坐标表示，现给定 A 点位置为 (0,0)， B 点位置为 (n,m) (n,m 为不超过 10 的整数)，马的位置 C 为 (X,Y)（约定：C 点与 A 点不重叠，与 B 点也不重叠）。要求你计算出卒从 A 点能够到达 B 点的路径的条数。

输入

B 点的坐标 (n,m) 以及对方马的坐标 (X,Y)；（马的坐标一定在棋盘范围内，但要注意，可能落在边界的轴上）

输出

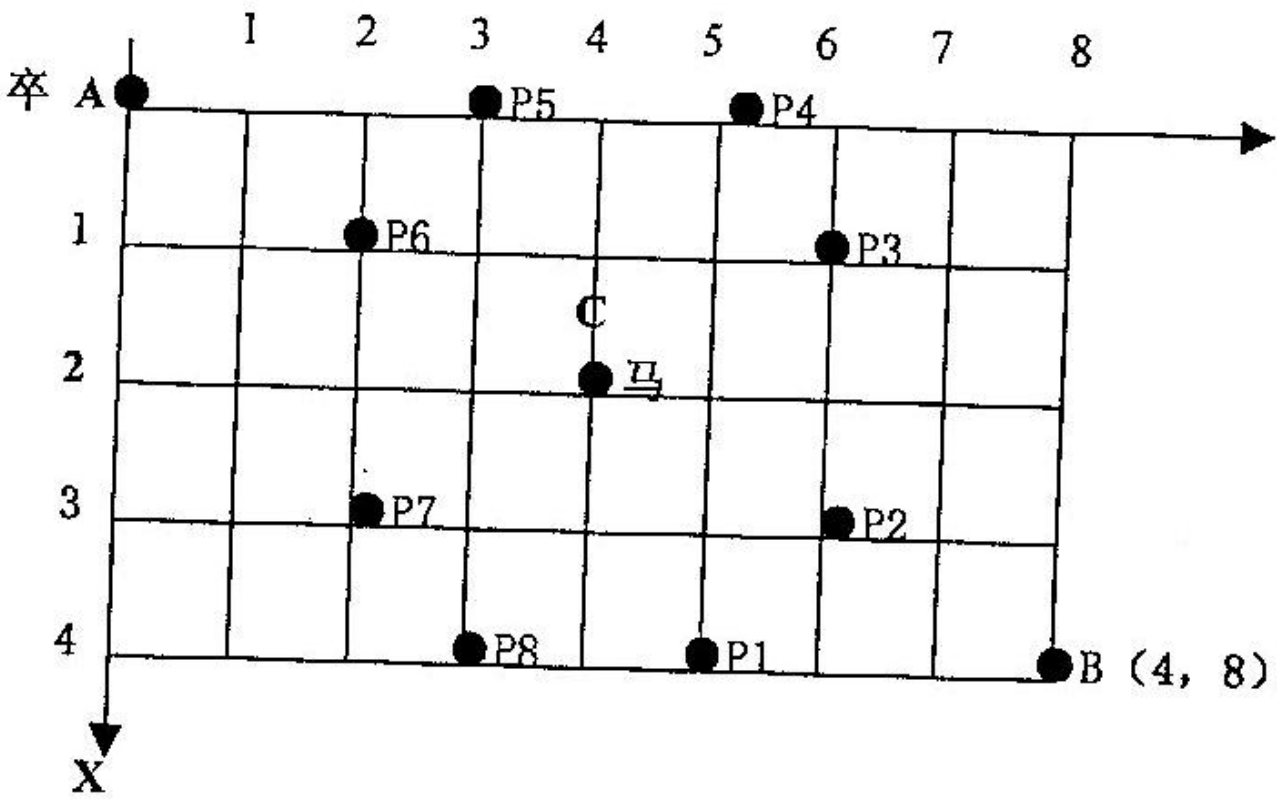
输出卒从 A 点能够到达 B 点的路径条数。

输入

6 6 3 2

输出

17



过河卒

```
#include<iostream>//8-1224-1    jiangyf70    推荐学习
using namespace std;
int a[25][25];
int main()
{
    int n, m, x, y;
    cin >> n >> m >> x >> y;
    for(int i = 0; i <= n; i++)
    {
        for(int j = 0; j <= m; j++)    {   a[i][j] = -1;  }
    }
    int dx[10] = {0, -1, -1, -2, -2, 1, 1, 2, 2};
    int dy[10] = {0, -2, 2, -1,  1, -2, 2, -1, 1};
    for(int i = 0; i <= 9; i++)
    {
        int ix = dx[i] + x;
        int iy = dy[i] + y;
        if(ix >=0 && ix <=n && iy >= 0 && iy <= m)      {  a[ix][iy] = 0;     }
    }

    a[0][0] = 1;
    for(int i = 0; i <= n; i++)
    {
        for(int j = 0; j <= m; j++)
        {
            if(i == 0 && a[i][j] == -1)    a[i][j] = a[i][j-1];
            else if(j == 0 && a[i][j] == -1)    a[i][j] = a[i-1][j];
                  else if(a[i][j] == -1)        a[i][j] = a[i][j-1] + a[i-1][j];
        }
    }

    cout << a[n][m];
    return 0;
}
```

```cpp
#include <bits/stdc++.h>//8-1224-2   w2ql
using namespace std;
int n,m,x,y;//B 点的位置（n,m）  C 马的位置（x,y）
int a[30][30];
int sum=0;
void dfs(int x,int y)
{
      //m 和马的控制点走不通
      if(a[x][y]==0)    return ;
      // 走到地图外面则结束
      if(x>n || y>m)    return ;
      // 走到（n,m），则结束
      if(x==n&&y==m)
      {
            sum++;
            return ;
      }
      // 注意，因为不可能走重复的位置，所以没有回溯
      dfs(x+1,y);// 向下走
      dfs(x,y+1);// 向右走
}
```

```
int main()
{
	cin>>n>>m>>x>>y;

	fill(a[0],a[0]+30*30,1);// 默认全部的位置都是 1
	// 标记马和马控制点的位置为 0，表示从（1,1）到达这些位置的路径数为 0
	// 标记马的位置
	a[x][y]=0;
	// 标记 8 个控制点的位置，注意可能会越界，如果越界则忽略
	if(x-1>=0&&y-2>=0)a[x-1][y-2]=0;//p6
	if(x-2>=0&&y-1>=0)a[x-2][y-1]=0;//p5
	if(x-2>=0&&y+1<=m)a[x-2][y+1]=0;//p4
	if(x-1>=0&&y+2<=m)a[x-1][y+2]=0;//p3
	if(x+1<=n&&y+2<=m)a[x+1][y+2]=0;//p2
	if(x+2<=n&&y+1<=m)a[x+2][y+1]=0;//p1
	if(x+2<=n&&y-1>=0)a[x+2][y-1]=0;//p8
	if(x+1<=n&&y-2>=0)a[x+1][y-2]=0;//p7
	/* 输出测试
	for(int i=0;i<=n;i++){
		for(int j=0;j<=m;j++)
			cout<<a[i][j]<<" ";
		cout<<endl;
	}*/
	dfs(0,0);
	cout<<sum;
	return 0;
}
```

```cpp
#include<bits/stdc++.h>//8-1224-3    javacn  推荐学习
using namespace std;
int main()
{
	int a[30][30];
	int n,m,x,y,i,j;
	cin>>n>>m>>x>>y;
	for(i=0;i<=n;i++)
	{
		for(j=0;j<=m;j++)		{   a[i][j]=1;      }
	}
	a[x][y] = 0;     // 把控制点设置为 0
	if(x-1>=0&&y-2>=0) a[x-1][y-2] = 0;     // 如果控制点在棋盘内，设置为 0
	if(x-2>=0&&y-1>=0) a[x-2][y-1] = 0;
	if(x-2>=0&&y+1<=m) a[x-2][y+1] = 0;
	if(x-1>=0&&y+2<=m) a[x-1][y+2] = 0;     // 可以这样写   n>=x-1>=0&&0<=y+2<=m
	if(x+1<=n&&y+2<=m) a[x+1][y+2] = 0;
	if(x+2<=n&&y+1<=m) a[x+2][y+1] = 0;
	if(x+2<=n&&y-1>=0) a[x+2][y-1] = 0;
	if(x+1<=n&&y-2>=0) a[x+1][y-2] = 0;
	// 递推计算
	for(i=0;i<=n;i++)
	{
		for(j=0;j<=m;j++)
		{
			if(i==0&&j==0)     {continue; }// 省略本次循环，直接下一个循环
			if(a[i][j]==0)     {   continue;      }
			if(i==0)           {  a[i][j] = a[i][j-1];     }
			else if(j==0)      {    a[i][j] = a[i-1][j];     }
				else           {  a[i][j] = a[i][j-1] + a[i-1][j];     }
		}
	}
	cout<<a[n][m];
	return 0;
}
```

1298. 摘花生问题

Hello Kitty 想摘点花生送给她喜欢的米老鼠。她来到一片有网格状道路的矩形花生地（如下图），从西北角进去，东南角出来。地里每个道路的交叉点上都有种着一株花生苗，上面有若干颗花生，经过一株花生苗就能摘走该它上面所有的花生。Hello Kitty 只能向东或向南走，不能向西或向北走。问 Hello Kitty 最多能够摘到多少颗花生。

如输入：

2 2

1 1

3 4

代表有 2 行，每行有 2 株花生，那么摘能摘到的最多的花生就是：1->3->4 ，总和为 8 颗花生。

输入

第一行是两个整数 n 和 m （ 1≤n,m≤100 ），代表了花生地里有 n 行，每行有 m 列的花生！

后面 n 行，每行有 m 个整数代表了每行中，每株花生的数量！（ 每株花生数量 \le 10000 ）

输出

输出是一个整数，代表了最多能摘到的花生的总数；

样例

输入

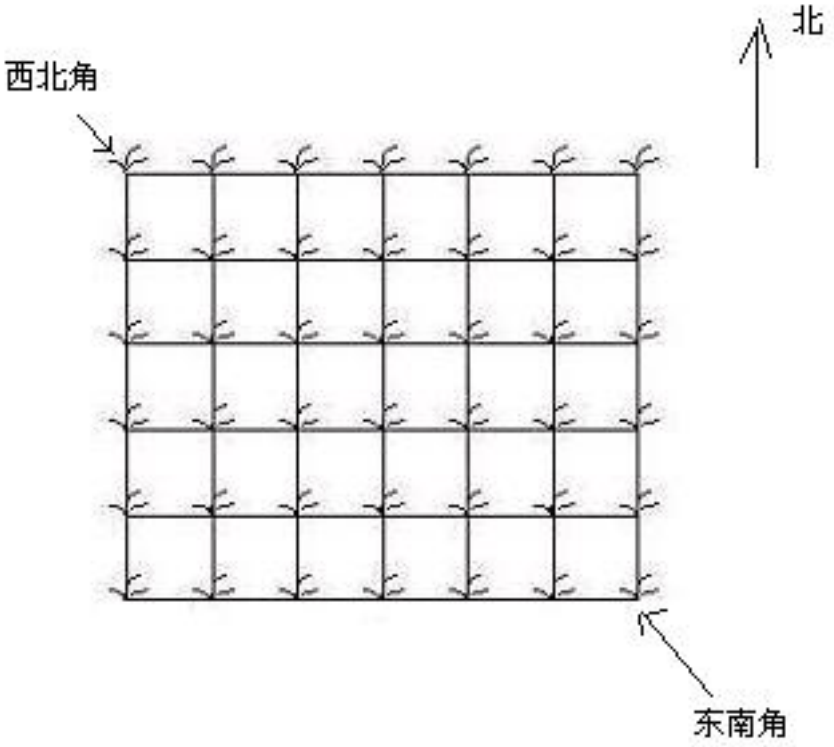
2 2

1 1

3 4

输出

8



摘花生问题

```
#include<bits/stdc++.h>//9-1298    javacn
using namespace std;

int main()
{
	int a[110][110]={0},m,n,i,j;
	cin>>m>>n;
	for(i=1;i<=m;i++)
	{
		for(j=1;j<=n;j++)
		{
			cin>>a[i][j];
		}
	}
	// 数组通过计算存储当前累计的最大值：当前最大值 = 当前值 + （左边值和上面值中的较大值）
	for(i=1;i<=m;i++)
	{
		for(j=1;j<=n;j++)
		{
			a[i][j] = a[i][j] + max(a[i][j-1],a[i-1][j]);
		}
	}
	cout<<a[m][n];
    return 0;
}
```

1374. 摘花生问题（2）

Hello Kitty 又一次来到花生地里摘花生，从左上角进入花生地，从右下角出去，只能向右或者向下，请问 Hello Kitty 应该沿着什么样的路线走，能够摘到的花生数量最多（假设花生地里没有任何 2 株的花生一样多，也不存在多条路线能够摘到一样多的花生的情况）？

比如输入：

2 2

1 2

3 4

应该输出：1-3-4，也就是按照 1 3 4 这三株数量的花生摘过去，能够摘到最多的花生！

输入；第一行是 2 个整数 m 和 n （2 ≤ m,n ≤ 100），代表花生地有 m 行，n 列花生！后面 m 行，每行有 n 个整数代表了每行中，每株花生的数量。

输出：输出 Hello Kitty 按照走过的路线中，摘到每株花生的数量。

输入

2 2

1 2

3 4

输出

1-3-4

摘花生问题（2）

1、计算出走到每个点最多能摘到多少花生，由于每个点不是从左侧来就是从上方来，因此走到每个点能够摘到花生的数量 = 该点的花生数量 + max(走到左侧能摘到的最多花生数量，走到上方能摘到的最多花生数量)

2、倒过来推导每个点是从哪个点来的；

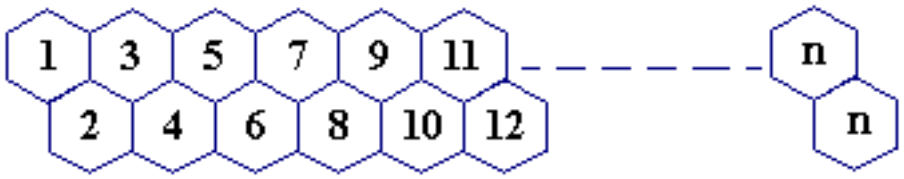
```
#include<bits/stdc++.h>//10-1374-1   javacn
using namespace std;
int n,m,a[110][110];
int r[210];
int main()
{
	// 读入
	cin>>n>>m;
	for(int i = 1;i <= n;i++)
	{
		for(int j = 1;j <= m;j++)
		{
			cin>>a[i][j];
		}
	}
	// 计算走到每个点最多能摘到几个花生
	for(int i = 1;i <= n;i++)
	{
		for(int j = 1;j <= m;j++)
		{
			a[i][j] = a[i][j] + max(a[i][j-1],a[i-1][j]);
		}
	}
	// 仿照数塔问题，倒过来计算路线
```

```
        // 仿照数塔问题，倒过来计算路线
        int x = n,y = m;// 终点
        // 一共经过 n+m-1 个点
        for(int i = 1;i <= n + m - 1;i++)
        {
                // 如果从左侧来
                if(a[x][y-1] > a[x-1][y])
                {
                        r[i] = a[x][y] - a[x][y-1];
                        y--;// 让 x,y 到左侧
                }
                else
                {
                        // 从上方来
                        r[i] = a[x][y] - a[x-1][y];
                        x--;
                }
        }

        // 输出结果
        for(int i = n + m - 1;i >= 1;i--)
        {
                cout<<r[i];
                if(i != 1)
                {
                        cout<<"-";
                }
        }
        return 0;
}
```

```cpp
#include<iostream>//10-1374-2    jiangyf70
using namespace std;
int main()
{
	int a[105][105] = {0};
	int b[105][105] = {0};
	int n, m;
	cin >> n >> m;
	for(int i = 1; i <= n; i++)
		for(int j = 1; j <= m; j++)
			cin >> a[i][j];
	for(int i = 1; i <= n; i++)
	{
		for(int j = 1; j <= m; j++)
		{
			b[i][j] = a[i][j] + max(b[i-1][j], b[i][j-1]);
		}
	}
	int c[200] = {0};
	int i = n, j = m, k = 0;
	c[0] = a[n][m];
	while(!(i == 1 && j == 1))
	{
		if(b[i-1][j] < b[i][j-1] && i >= 1 && j >= 1)    j--;
		else if(b[i-1][j] > b[i][j-1] && i >= 1 && j >= 1)    i--;
			c[++k] = a[i][j];
	}
	for(i = k; i >= 0; i--)
	{
		if(i == k)        cout << c[i];
		else        cout << '-' << c[i];
	}
	return 0;
}
```

1368. 蜜蜂路线

一只蜜蜂在下图所示的数字蜂房上爬动，已知它只能从标号小的蜂房爬到标号大的相邻蜂房，现在问你：蜜蜂从蜂房 M 开始爬到蜂房 N，1 ≤ M < N ≤ 100，有多少种爬行路线？



输入

输入 M，N 的值。 （1 ≤ M < N ≤ 100）

输出

爬行有多少种路线。

样例

输入

1 14

输出

377

输入

1 100

输出

354224848179261915075

蜜蜂路线

```
#include<bits/stdc++.h>//11-1368  javacn
using namespace std;
// 当 n-m 的值较大时需要高精度运算
string he(string s1,string s2)
{
	string r;// 存放总和
	int a[1000] = {0};
	int b[1000] = {0};
	int c[1000] = {0};
	// 逆序存入整数数组
	int i;
	for(i = 0;i < s1.size();i++)  {	a[i] = s1[s1.size() - i - 1] - '0';}
	for(i = 0;i < s2.size();i++)  {	b[i] = s2[s2.size() - i - 1] - '0';}

	int len = s1.size();	// 逐位相加，逐位进位
	if(s2.size() > s1.size())	len = s2.size();
	for(i = 0;i < len;i++)
	{
		c[i] = c[i] + a[i] + b[i];
		if(c[i] >= 10)
		{
			c[i+1] = c[i+1] + c[i] / 10;
			c[i] = c[i] % 10;
		}
	}
	if(c[len] != 0)	len++;	// 判断是否多出 1 位
	// 逆序将 c 数组拼接乘字符串
	for(i = len-1;i>=0;i--)
	{
		// 将 c[i]+'0' 这个 ascii 码强制转换为 char 类型
		r = r + (char)(c[i] + '0');
	}
	return r;
}
```

```
int main()
{
	int m,n,i,j;
	cin>>m>>n;
	i = n - m;
	string x,y,z;
	x = "1";
	y = "1";
	if(i==1)	{	cout<<x;	}
	else if(i==2)	{	cout<<y;	}
		else
		{
			for(j=3;j<=i+1;j++)
			{
				z = he(x,y);
				x = y;
				y = z;
			}
			cout<<z;
		}
    return 0;
}
```

1367. 骨牌铺方格

有 1×n（n ≤ 50）的一个长方形，用 1×1、1×2 和 1×3 的骨牌铺满方格，请问有多少种铺法？

例如当 n=3 时为 1×3 的方格。此时用 1×1 、1×2 和 1×3 的骨牌铺满方格，共有四种铺法。如下图：

输入：一个整数 （n ≤ 50）

输出：骨牌的铺法。

输入

3

输出

4

```
#include<bits/stdc++.h>//12-1367      骨牌铺方格    推荐学习
using namespace std;
// 1 2 4 7 13 24 44
//A(n) = A(n-1) + A(n-2) + A(n-3)
int a[100]={0};
int main()
{
	int i,n;
	cin>>n;
	a[1] = 1;
	a[2] = 2;
	a[3] = 4;
	for(i=4;i<=n;i++)
	{
		a[i]=a[i-1]+a[i-2]+a[i-3];
	}
	cout<<a[n];
	return 0;
}
```

因为砖有三种分别是 1x1 ， 1x2， 1x3；若铺设 1xn 的长方形，那么先铺设好 n-3 块砖再加一块 1x3 的砖即可，或者铺设好 n-2 块砖 + 1x2 的砖组成，或者先铺设好 n-1 块砖再加一个 1x1 的砖组成。

所以 f(n) = f(n-1) + f(n-2) + f(n-3)

递归解法

```
#include<iostream>//12-1367-3    jiangyf70
using namespace std;

int f(int n)
{
	if(n == 1)  return 1;
	if(n == 2)  return 2;
	if(n == 3)  return 4;
	return            f(n-1) + f(n-2) +f(n-3);
}

int main()
{
	int n;
	cin >> n;
	cout << f(n);
	return 0;
}
```

骨牌铺方格

```
#include<bits/stdc++.h>//12-1367-1  javacn  仅作参考
using namespace std;
// 1 2 4 7 13 24 44
//A(n) = A(n-1) + A(n-2) + A(n-3)
int main()
{
	long long n,x,y,z,s=0,i;
	cin>>n;
	x = 1;
	y = 2;
	z = 4;
	if(n==1)	{	cout<<x;	}
	else if(n==2)	{	cout<<y;	}
		else if(n==3)	{	cout<<z	}
			else
			{
				for(i=4;i<=n;i++)
				{
					s = x + y + z;
					x = y;
					y = z;
					z = s;
				}
				cout<<s;
			}

	return 0;
}
```

1539. 小 X 放骨牌

小 X 喜欢下棋。

这天，小 X 对着一个长为 N 宽为 M 的矩形棋盘发呆，突然想到棋盘上不仅可以放棋子， 还可以放多米诺骨牌。

每个骨牌都是一个长为 2 宽为 1 的矩形，当然可以任意旋转。小 X 想知道在骨牌两两不重叠的前提下，这个棋盘上最多能放多少个骨牌，希望你帮帮他。

输入

第一行包含用一个空格隔开的两个整数 N,M。

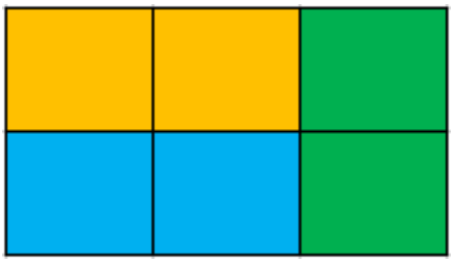
输出

第一行包含一个整数，表示该棋盘上最多能放的骨牌个数。

样例　　输入　2 3　　输出　3

说明

如图所示，三种颜色分别对应了三个骨牌。



数据范围

对于 30% 的数据，N,M ≤ 4。

对于 60% 的数据，N,M ≤ 1000。

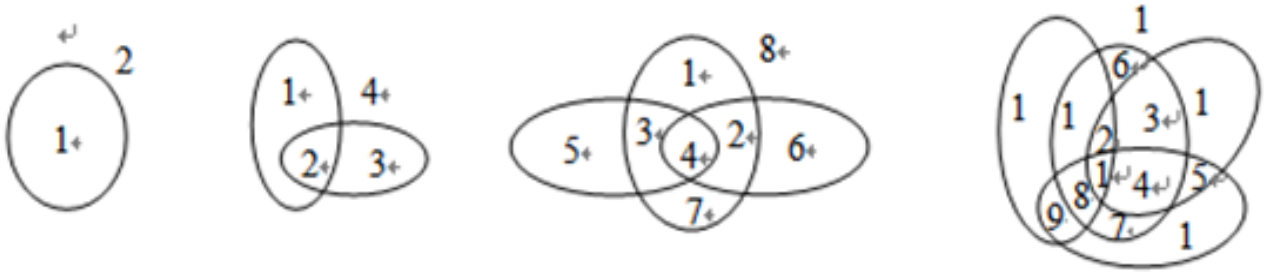
对于 100% 的数据，1 ≤ N,M ≤ 40000。

小 X 放骨牌

```
#include<iostream>//13-1539  jiangyf70
using namespace std;

int main()
{
    int n, m;
    cin >> n >> m;
    cout << n * m / 2;

    return 0;
}
```

1366. 平面分割问题

设有 n 条封闭曲线画在平面上，而任何两条封闭曲线恰好相交于两点，且任何三条封闭曲线不相交于同一点，问这些封闭曲线把平面分割成的区域个数。



输入

一个整数 n（n<=10000），代表封闭曲线的条数

输出

n 条曲线分割区域的个数

样例；输入 2　　输出　4

平面分割问题

```
#include<bits/stdc++.h>//14-1366  javacn
using namespace std;
// 2 4 8 14 22 32 44
//  2 4 6 8 10 12
int main()
{
    int n,s,t=2;
      cin>>n;
      s = 2;
      for(int i=2;i<=n;i++)
      {
            s = s + t;
            t = t + 2;
      }
      cout<<s;
      return 0;
}
```

1369. Pell 数列

有一种数列，它的前 10 项的值分别为：

1 2 5 12 29 70 169 408 985 2378，这个数列被称为 Pell 数列，请问该数列的第 n 项的值是多少？（n ≤ 1000）

输入

一个整数 n

输出

第 n 项的值。

样例

输入

10

输出

2378

Pell 数列

解法一：将高精度求和、高精度 * 单精度定义为函数（其实高精度 * 单精度的函数可以没有，因为一个数 *2，可以转换为：该数 + 该数，参考解法二）。

```
#include <bits/stdc++.h>//15-1369-1   javacn
using namespace std;
  //An = A(n-1)*2 + A(n-2)
// 求两个高精度的整数的和
string he(string s1,string s2){
	string r;// 存放总和
	int a[1000] = {0};
	int b[1000] = {0};
	int c[1000] = {0};

	// 逆序存入整数数组
	int i;
	for(i = 0;i < s1.size();i++){
		a[i] = s1[s1.size() - i - 1] - '0';
	}

	for(i = 0;i < s2.size();i++){
		b[i] = s2[s2.size() - i - 1] - '0';
	}

	// 逐位相加，逐位进位
	int len = s1.size();
	if(s2.size() > s1.size()) len = s2.size();

	for(i = 0;i < len;i++){
		c[i] = c[i] + a[i] + b[i];
		if(c[i] >= 10){
			c[i+1] = c[i+1] + c[i] / 10;
			c[i] = c[i] % 10;
		}
	}
	// 判断是否多出 1 位
```

```
        //判断是否多出 1 位
        if(c[len] != 0) len++;

        //逆序将 c 数组拼接乘字符串
        for(i = len-1;i>=0;i--){
                //将 c[i]+'0' 这个 ascii 码强制转换为 char 类型
                r = r + (char)(c[i] + '0');
        }

        return r;
}

//求一个高精度的整数 * 2 的积
string cheng(string s){
        string r;
        int a[1000] = {0};
        int i;
        //逆序存入 a 数组
        for(i = 0;i < s.size();i++){
                a[i] = s[s.size() - i - 1] - '0';
        }

        //逐位 *2
        for(i = 0;i < s.size();i++){
                a[i] = a[i] * 2;
        }

        //逐位进位
        for(i = 0;i < s.size();i++){
                if(a[i] >= 10){
                        a[i+1] = a[i+1] + a[i] / 10;
                        a[i] = a[i] % 10;
                }
        }
        //判断是否多一位
```

```
        //判断是否多一位
        int len = s.size();
        if(a[len] != 0) len++;
        //逆序拼接到字符串 r 上
        for(i = len - 1;i >= 0;i--){
                r = r + to_string(a[i]);
        }

        return r;
}

int main(){
        //z：代表计算结果，xy 代表 z 的前两项
        string x,y,z;
        int i,n;
        cin>>n;
        //A(n)=A(n-1)*2+A(n-2)
        x = "1";
        y = "2";
        if(n == 1){
                cout<<x;
        } else if(n == 2){
                cout<<y;
        } else{
                //从第 3 项开始递推
                for(i = 3;i <= n;i++){
                        z = he(cheng(y),x);
                        //修改 xy 的值，逐步向后推导
                        x = y;
                        y = z;
                }

                cout<<z;
        }
}
```

解法二：定义高精度求和函数，将高精度 *2，转换为高精度 * 高精度。

```
#include <bits/stdc++.h>//15-1369-2  javacn
using namespace std;
/*
  An = A(n-1)*2 + A(n-2)
*/
// 求两个高精度的整数的和
string he(string s1,string s2){
    string r;// 存放总和
    int a[1000] = {0};
    int b[1000] = {0};
    int c[1000] = {0};

    // 逆序存入整数数组
    int i;
    for(i = 0;i < s1.size();i++){
        a[i] = s1[s1.size() - i - 1] - '0';
    }

    for(i = 0;i < s2.size();i++){
        b[i] = s2[s2.size() - i - 1] - '0';
    }
    // 逐位相加，逐位进位
    int len = s1.size();
    if(s2.size() > s1.size()) len = s2.size();

    for(i = 0;i < len;i++){
        c[i] = c[i] + a[i] + b[i];
        if(c[i] >= 10){
            c[i+1] = c[i+1] + c[i] / 10;
            c[i] = c[i] % 10;
        }
    }
    // 判断是否多出 1 位
```

```
    //判断是否多出 1 位
    if(c[len] != 0) len++;

    //逆序将 c 数组拼接乘字符串
    for(i = len-1;i>=0;i--){
        //将 c[i]+'0' 这个 ascii 码强制转换为 char 类型
        r = r + (char)(c[i] + '0');
    }

    return r;
}

int main(){
    //z：代表计算结果，xy 代表 z 的前两项
    string x,y,z;
    int i,n;
    cin>>n;
    //A(n)=A(n-1)*2+A(n-2)
    x = "1";
    y = "2";
    if(n == 1){
        cout<<x;
    } else if(n == 2){
        cout<<y;
    } else{
        //从第 3 项开始递推
        for(i = 3;i <= n;i++){
            z = he(he(y,y),x);
            //修改 xy 的值，逐步向后推导
            x = y;
            y = z;
        }
        cout<<z;
    }
}
```

Pell 数列

```
#include<bits/stdc++.h>//15-1369-3  jiangyf70
using namespace std;

string mult(string s, int b)
{
    int a[500], c[500];
    memset(a, 0, sizeof(a));
    memset(c, 0, sizeof(c));
    for(int i = s.size() - 1; i >= 0; i--) a[s.size() - 1 - i] = s[i] - '0';
    int len = s.size();
    int t = 0;
    for(int i = 0; i < len; i++)
    {
        t += a[i] * b;
        c[i]  = t % 10;
        t /= 10;
    }
    if(t) c[len++] = t;
    string s1;
    for(int i = len -1; i >= 0; i--)
    {
        s1 += c[i] + '0';
    }
    return s1;
}
```

```
string add(string s1, string s2)
{
    int a[500], b[500], c[500];
    memset(a, 0, sizeof(a));
    memset(b, 0, sizeof(b));
    memset(c, 0, sizeof(c));
    if(s1.size() < s2.size()) swap(s1, s2);
    for(int i = 0; i < s1.size(); i++) a[s1.size() - 1 - i] = s1[i] - '0';
    for(int i = 0; i < s1.size(); i++) b[s2.size() - 1 - i] = s2[i] - '0';
    int len = s1.size();
    int t = 0;
    for(int i = 0; i < len; i++)
    {
        t += a[i] + b[i];
        c[i] = t % 10;
        t /= 10;
    }
    if(t) c[len++] = t;
    string s3;
    for(int i = len -1; i >= 0; i--)    {    s3 += c[i] + '0';    }
    return s3;
}
int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    string a = "1", b = "2", c = "5";
    for(int i = 2; i <= n; i++)
    {
        a = b;
        b = c;
        c = add(mult(b, 2), a);
    }// c = add(add(b, b), a); 只用 add 加法函数也是可以的。
    cout << a << endl;
    return 0;     }
```