

二 分

1、二分查找

```
#include<bits/stdc++.h> //1-1236-1 二分查找 wintereta
using namespace std;
int a[1000005];
int n, x;
```

```
int bs(int x)
{
    int left=1;
    int right=n;
    while(left<=right)
    {
        int mid=(left+right)/2;
        if(a[mid]==x)
        {
            return mid;
        }
        if(a[mid]>x)
        {
            right=mid-1;
        }
        if(a[mid]<x)
        {
            left=mid+1;
        }
    }
    return -1;
}

int main()
{
    cin>>n;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>a[i];
    }
    cin>>x;
    cout<<bs(x);
    return 0;
}
```

二分循环

```
#include <bits/stdc++.h> //1-1236-2 二分查找 R_S
using namespace std;
// 声明数组
int a[1000005];
int n, x;
int main()
{
    // 完成输入过程
    cin >> n;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        cin >> a[i];
    }
    cin >> x;
    // 二分查找
    int left, right, mid;
    left = 0;
    right = n-1;
    mid = (left+right)/2;
    // 什么情况下查找呢?
    // left <= right
```

```
// 什么情况下查找呢?  
//left <= right  
while(left <= right)  
{  
    if(a[mid]==x)  
    {  
        cout << mid+1;  
        return 0;  
    }  
    else if(a[mid]>x)  
    {  
        // 证明要查找的数在左半边  
        right = mid-1;  
    }  
    else if(a[mid]<x)  
    {  
        // 证明要查找的数在右半边  
        left = mid+1;  
    }  
    // 更新中心点  
    mid = (left+right)/2;  
}  
cout << -1;  
return 0;  
}
```

二分递归

```
#include <bits/stdc++.h> //1-1236-3 二分查找 R_S
using namespace std;
// 声明数组
int a[1000005];
int n, x;

void fun(int l, int r)
{
    int mid = (l+r)/2;
    // 递归出口
    if(l>r)
    {
        cout << -1;
        return;
    }
    // 比较
    if(a[mid] == x)
    {
        cout << mid+1;
        return;
    }
    else if(a[mid]>x)
    {
        fun(l, mid-1);
    }
    else if(a[mid]<x)
    {
        fun(mid+1, r);
    }
}
```

```
int main()
{
    // 完成输入过程
    cin >> n;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        cin >> a[i];
    }
    cin >> x;
    // 递归二分
    fun(0, n-1);

    return 0;
}
```

```
// 二分，递归。
#include<bits/stdc++.h> //2-1894      二分查找左侧边界    zhangjin
using namespace std;
int a[1000001], n, x;
int Find(int low, int high)
{
    if(a[low]>x || a[high]<x || low>high)
        return -1;

    int mid=(low+high)/2;
    if(a[mid]==x)
    {
        if(low==high) // 虽然找到 a[mid]=x, 但是它不一定是首次出现的, 还要继续找
            return mid;
        else
            return Find(low, mid);
    }
    else if(a[mid]<x)
        return Find(mid+1, high);
    else
        return Find(low, mid-1);
}
```

```
int main()
{
    int i, q;
    scanf ("%d", &n);
    for (i=1; i<=n; i++)
        scanf ("%d", &a[i]);

    scanf ("%d", &q);

    while (q--)
    {
        scanf ("%d", &x);
        printf ("%d", Find(1, n));
    }

    return 0;
}
```

```
// 二分，非递归
#include<bits/stdc++.h> //3-1895-1    二分查找右侧边界    zhangjin

using namespace std;
int a[1000001], n, x;
int main()
{
    int i, q;
    scanf ("%d", &n);
    for (i=1; i<=n; i++)
        scanf ("%d", &a[i]);

    scanf ("%d", &q);
    int low, mid, high;
```

```

while(q--)
{
    scanf("%d", &x);

    low = 1;
    high = n;
    while(low+1<high&&a[low]<=x&&a[high]>=x) // 请特别留意这个地方，意思是 low 和 high 之间还有 1 个数
    {
        mid=(low+high)/2;
        if(a[mid]==x)
            low = mid;
        else if(a[mid]<x)
            low = mid+1;
        else
            high = mid-1;
    }

    // 还剩下 low 和 high 两个数，分别枚举
    if(a[high]==x)
        printf("%d", high);
    else if(a[low]==x)
        printf("%d", low);
    else
        printf("-1 ");

}
return 0;
}

```

```
// 二分查找右侧边界
#include<bits/stdc++.h> //3-1895-2 二分查找右侧边界 a623483487

using namespace std;
int a[100005], n, m;
int Search(int a[], int n, int key)
{
    int low = 1;
    int high = n;
    while (low <= high)
    {
        int mid = (high + low) / 2;
        if (key < a[mid])
        {
            high = mid - 1;
        }
        else
        {
            low = mid + 1;
        }
    }
    if (low <= n + 1 && key == a[low - 1])
    {
        return low - 1;
    }
    else
    {
        return -1;
    }
}
```

```
int main()
{
    cin >> n;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin >> a[i];
    }
    cin >> m;
    for(int i = 1; i <= m; i++)
    {
        int x;
        cin >> x;
        cout << Search(a, n, x) << " ";
    }

    return 0;
}
```

```
#include<bits/stdc++.h> //4-1896      二分查找满足条件的数    a623483487
using namespace std;
int a[100005], n, m;
int Search(int a[], int n, int key)
{
    int low = 1;
    int high = n;
    while (low <= high)
    {
        int mid = (high + low) / 2;
        if (key <= a[mid])
        {
            high = mid - 1;
        }
        else
        {
            low = mid + 1;
        }
    }
    if (low <= n)
    {
        return low;
    }
    else
    {
        return -1;
    }
}
```

```
int main()
{
    cin >> n;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin >> a[i];
    }
    cin >> m;
    for(int i = 1; i <= m; i++)
    {
        int x;
        cin >> x;
        cout << Search(a, n, x) << " ";
    }

    return 0;
}
```

```
// 按题意找左右边界。  
#include<bits/stdc++.h> //5-2078      起止位置      javacn  
using namespace std;  
const int N = 1e5 + 10;  
int a[N];  
int n, q, x;  
// 找左侧边界  
int fun1(int x)  
{  
    int l = 1, r = n, mid;  
    while(l <= r)  
    {  
        mid = l + r >> 1;  
        if(x <= a[mid]) r = mid - 1;  
        else l = mid + 1;  
    }  
  
    if(l >= 1 && l <= n && a[l] == x) return l;  
    else return -1;  
}  
  
// 找右侧边界
```

```

// 找右侧边界
int fun2(int x)
{
    int l = 1, r = n, mid;
    while(l <= r)
    {
        mid = l + r >> 1;
        if(x < a[mid]) r = mid - 1;
        else l = mid + 1;
    }

    if(l-1>=1&&l-1<=n&&a[l-1] == x) return l-1;
    else return -1;
}

int main()
{
    scanf ("%d%d", &n, &q);
    // 读入 n 个问题
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        scanf ("%d", &a[i]);
    }

    while(q--)
    {
        scanf ("%d", &x);
        printf ("%d %d\n", fun1(x), fun2(x));
    }
    return 0;
}

```

```
// 使用二分查找实现:  
#include <bits/stdc++.h> // 6-1898 同时出现的数      javacn  
using namespace std;
```

```
/*  
有  $10^5$  个数如果顺序查找，每个数最多找  $10^5$  次能找到  
那么循环总次数：  $10^{10}$ 
```

如果二分找，大概找 17 次

总循环次数： $17 * 10^6$

思路：

将第二组数排序，能够实现从小到大找

将第一组数排序，能够实现二分查找

逐个判断第 2 组数的每个数在第 1 组数中是否出现过

```
*/
```

```
int a[100010], b[100010];  
int n, m; // n 代表 a 数组元素个数, m 代表 b 数组元素个数
```

// 判断 x 在 a 数组中是否存在

```
bool findx(int x)  
{  
    int l = 1, r = n, mid;  
    while(l <= r)  
    {  
        mid = (l + r) / 2;  
        if(x > a[mid]) l = mid + 1;  
        else if(x < a[mid]) r = mid - 1;  
        else return true; // 找到  
    }
```

```
    return false; // 找不到  
}
```

```
int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin>>a[i];
    }

    for(int i = 1; i <= m; i++)
    {
        cin>>b[i];
    }

    sort(a+1, a+n+1);
    sort(b+1, b+m+1);

    // 逐个判断 b 数组的每个数在 a 数组中是否出现过
    for(int i = 1; i <= m; i++)
    {
        if(findx(b[i]) == true)
        {
            cout<<b[i]<<" ";
        }
    }

    return 0;
}
```

```
// 二分，查找最后一个小于等于 bi，和第一个大于等于 bi 的数
#include<bits/stdc++.h> //7-1899    最满意的方案    zhangjin
using namespace std;
int a[1000001], b, m, n;
int Find1(int low, int high, int x)
{
    // 找最后一个小于等于 x 的数
    if (low+1==high || low==high)
    {
        if (a[high]<=x)
            return a[high];
        else
            return a[low];
    }

    int mid=(low+high)/2;
    if (a[mid]<=x)
        return Find1(mid, high, x);
    else
        return Find1(low, mid-1, x);
}
```

```
int Find2(int low, int high, int x)
{
    // 找第一个大于等于 x 的数
    if (low+1==high || low==high)
    {
        if (a[low]>=x)
            return a[low];
        else
            return a[high];
    }

    int mid=(low+high)/2;
    if (a[mid]>=x)
        return Find2(low, mid, x);
    else
        return Find2(mid+1, high, x);
}
```

```

int main()
{
    int i, ans=0, t1, t2, MIN;
    scanf ("%d%d", &m, &n);
    for (i=1; i<=m; i++) // 学校的预计分数
        scanf ("%d", &a[i]);
    sort(a+1, a+1+m);

    for (i=1; i<=n; i++) // 学生的估计分数
    {
        scanf ("%d", &b);
        if (a[1]>=b)
            ans += (a[1]-b);
        else if (b>a[m])
            ans += (b-a[m]);
        else
        {
            // 来到这里， a 数组里面肯定存在一个数是小于等于 b， 又肯定存在一个数是大于等于 b 的
            t1 = Find1(1, m, b); // 最后一个小于等于 b 的数
            t2 = Find2(1, m, b); // 第一个大于等于 b 的数

            MIN = min(b-t1, t2-b);
            ans += MIN;
        }
    }

    printf ("%d", ans);

    return 0;
}

```

```

// 二分查找
// 对分数排序，再二分查找每个分数的排名。
#include <bits/stdc++.h> // 8-1542-1      小 X 算排名    javacn
using namespace std;
const int N = 1e5 + 10;
int a[N], b[N];
int n;

bool cmp(int x, int y)
{
    return x > y;
}

int main()
{
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        scanf("%d", &a[i]);
        b[i] = a[i];
    }

    sort(b+1, b+n+1, cmp);

    // 找 a 数组每个数第一次出现的位置
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        int p = lower_bound(b+1, b+n+1, a[i], cmp) - b; // 获取下标
        printf("%d\n", p);
    }

    return 0;
}

```

// 统计 \geq 每个分数的人数，从而统计每个分数的排名。

由于本题中每个分数的值都 ≤ 100000 ，因此可以先统计每个分数出现的次数，从而统计出 \geq 每个分数的人数，从而计算排名。

```
#include <bits/stdc++.h> // 8-1542-2      小 X 算排名    javacn
using namespace std;
95  96  97  98  99  100
每个分数的人数：
1   1   0   0   2   1
 $\geq$  每个分数的人数：
5   4   3   3   3   1
96 分的排名 =  $\geq 97$  分的总人数 + 1
const int N = 1e5 + 10;
int a[N], b[N];
int n;
int main()
{
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        scanf("%d", &a[i]);
        b[a[i]]++; // 求每个分数的人数
    }
    // 求  $\geq$  每个分数的总人数，也就是从右向左求前缀和
    for (int i = 100000; i >= 1; i--)
    {
        b[i] = b[i+1] + b[i]; //  $\geq i$  分的人数 =  $i$  分的人数 +  $\geq i+1$  分的人数
    }
    // 求每个分数的排名
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        printf("%d\n", b[a[i]+1] + 1);
    }
    return 0;
}
```

```

//map 求解:

#include <bits/stdc++.h> //8-1542-3      小X 算排名    javacn
using namespace std;

// 存放分数 (key) 以及分数出现的次数 (value)
map<int, int, greater<int>> m;
int n, i, c = 0, a[100100], t;
int main()
{
    cin>>n;
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        cin>>a[i];
        // 判断该分数在 map 中是否存在
        if (m.count(a[i]) == 0)
        {
            m[a[i]] = 1;    // 将分数存入 map, 记录值为 1 (分数出现的次数)
        }
        else
        {
            m[a[i]]++;
        }
    }
    map<int, int>::iterator it;    // 修正 map 的 value 为排名
    for (it = m.begin(); it != m.end(); it++)
    {
        t = it->second;
        m[it->first] = c + 1; // 修正排名
        c = c + t; // 统计每个分数之前有几个人
    }
    for (i = 0; i < n; i++)    // 输出每个分数的排名
    {
        cout<<m[a[i]]<<endl;
    }
    return 0;
}

```

```
#include<bits/stdc++.h>//8-1542-4      小X算排名    w2016010182
using namespace std;
int n;
map<int, int> m;
int main()
{
    scanf ("%d", &n);
    int a[n+5], b[n+5];
    for (int i=1; i<=n; i++)
    {
        scanf ("%d", &a[i]);
        b[i]=a[i];
    }
    sort (b+1, b+n+1);
    for (int i=1; i<=n; i++)
    {
        m[b[i]]=n-i+1;
    }
    for (int i=1; i<=n; i++)
    {
        printf ("%d\n", m[a[i]]);
    }
    return 0;
}
```

将原来的 dp 数组的存储以每个数结尾的 LIS 序列的长度，修改为存储上升子序列长度为 i 的上升子序列的最小末尾数值。

原理：LIS 长度如果已经确定，那么如果这种长度的子序列的结尾元素越小，后面可能续的元素会更多！

```
#include <bits/stdc++.h> //9-1893 最长上升子序列 LIS (2)      javacn
using namespace std;

//dp: 长度为 i 的 LIS 的最后一位最小值是多少
int a[100100], dp[100100];
int i, n, l, r, mid;
```

```

int main()
{
    scanf ("%d", &n);           // 读入
    for (i = 1; i <= n; i++)
    {
        scanf ("%d", &a[i]);
    }
    dp[1] = a[1];           // 边界
    int len = 1; //LIS 的长度

    for (i = 2; i <= n; i++) // 从第 2 个数开始求解
    {
        // 如果 a[i] 比 dp 最后一位大 , a[i] 直接续上去 , 增加 LIS 的长度
        if (a[i] > dp[len])
        {
            len++;
            dp[len] = a[i];
        }
        else
        {
            // 二分查找到 dp 数组中第 1 个 >=a[i] 的元素下标 , 替换 (dp 数组一定是递增的)
            l = 1;
            r = len;
            while (l <= r)
            {
                mid = (l + r) / 2;
                if (a[i] <= dp[mid]) r = mid - 1;
                else l = mid + 1;
            }
            dp[l] = a[i]; // 替换
        }
    }
    printf ("%d", len);
}

```

我们可以用 $dp[i][j]$ 来表示第一个串的前 i 位，第二个串的前 j 位的 LCS 的长度，那么递推出状态转移方程：

如果当前的 $a[i]$ 和 $b[j]$ 相同（即是有新的公共元素） 这说明该元素一定位于公共子序列中。因此，现在只需要找： a 数组 $1^{\sim i-1}$ 和 b 数组 $1^{\sim j-1}$ 的最长公共子序列：

$$dp[i][j] = \max(dp[i][j], dp[i-1][j-1]+1);$$

如果不相同，说明最后一个元素肯定不是公共子序列中的元素，那么考虑找 a 数组 $1^{\sim i-1}$ 和 b 数组 $1^{\sim j}$ 的 LCS，或者找： a 数组的 $1^{\sim i}$ 和 b 数组的 $1^{\sim j-1}$ 的 LCS，那么，状态转义方程如下：

$$dp[i][j] = \max(dp[i-1][j], dp[i][j-1]);$$

```
#include <bits/stdc++.h> // 10-1821 最长公共子序列 (LCS) (1) javacn
using namespace std;

/*
a[i]==b[j], 方程: dp[i-1][j-1]+1
a[i]!=b[j], 方程: max(dp[i][j-1], dp[i-1][j])
*/
const int N = 1010; // 常量, 表示数组大小
int a[N], b[N], dp[N][N];
int n, i, j;
```

```
int main()
{
    cin>>n;
    for(i = 1; i <= n; i++) cin>>a[i];
    for(i = 1; i <= n; i++) cin>>b[i];

    // 递推
    for(i = 1; i <= n; i++)
    {
        for(j = 1; j <= n; j++)
        {
            if(a[i] == b[j]) dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1;
            else dp[i][j] = max(dp[i-1][j], dp[i][j-1]);
        }
    }

    cout<<dp[n][n];
    return 0;
}
```

- 1、因为两个序列都是 1^n 的全排列，那么两个序列元素互异且相同，也就是说只是位置不同；
- 2、通过 c 数组将 b 序列的数字在 a 序列中的位置求出；
- 3、如果 b 序列每个元素在 a 序列中的位置递增，说明 b 中的这个数在 a 中的整体位置偏后，可以考虑纳入 LCS；
- 4、从而就可以转变成求用来记录新的位置的 c 数组中的 LIS。

```
#include <bits/stdc++.h> //11-1822      最长公共子序列 (LCS) (2)      javacn
using namespace std;
const int N = 100100;
int a[N], b[N], c[N], dp[N];
int n, i;
```

```

int main()
{
    cin>>n;
    for(i = 1; i <= n; i++)
    {
        scanf("%d", &a[i]);
        c[a[i]] = i;//求出 a 数组的每个数的位置
    }
    for(i = 1; i <= n; i++) scanf("%d", &b[i]);
    dp[1] = c[b[1]];//边界 //求 b 数组的每个数在 a 数组的位置 (c[b[i]]) 的 LIS
    int len = 1;
    int l, r, mid;
    for(i = 2; i <= n; i++) //从第 2 个数开始讨论
    {
        if(c[b[i]] > dp[len]) //增加 LIS 的长度
        {
            len++;
            dp[len] = c[b[i]];
        }
        else
        {
            l = 1;
            r = len;
            while(l <= r)
            {
                mid = (l + r) / 2;
                if(c[b[i]] <= dp[mid]) r = mid - 1;
                else l = mid + 1;
            }
            dp[l] = c[b[i]];
        }
    }
    cout<<len;
    return 0;
}

```

思路：求最少的修改次数， 那就是要找出需要修改的数字，而且越少也好。逆向思维， 找最长的上升子序列（LIS）。然后，用总个数减去上升的，即需要修改的数字。

```
#include<bits/stdc++.h> //12-1902      最少的修改次数 dragoncatter
using namespace std;
const int N = 1e5 + 10 ;
int n, cnt = 1;
int a[N], dp[N];
int main()
{
    cin >> n;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin >> a[i];
    }
    dp[1] = a[1];
    for (int i = 2; i <= n; i++)
    {
        if (a[i] > dp[cnt])
        {
            dp[++cnt] = a[i];
        }
        else
        {
            int k = lower_bound(dp+1, dp + cnt+1, a[i], less<int>()) - dp;
            dp[k] = a[i];
        }
    }
    cout << n - cnt;
    return 0;
}
```

1、二分答案

二分答案模板题：

```
#include <bits/stdc++.h> //1-1908 伐木工    javacn  
using namespace std;
```

```
/*
```

本题：读入的数据在 int 范围，但求和可能会超过 int

因此定义 long long。

思考：找左边界，还是右边界；

本题：在高度为 mid 的情况下，如果能得到 $\geq m$ 米的木材，升高高度
因此本题求右边界；

```
*/
```

```
const int N = 1000010;
```

```
long long a[N];
```

```
long long n, m, l = 1, r, mid;
```

```
// 检验锯片高度为 x 的情况下，能够得到的木材量是否  $\geq m$ 
```

```

// 检验锯片高度为 x 的情况下，能够得到的木材量是否 >=m
bool check (long long x)
{
    long long s = 0;// 能够锯到的木材量
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        // 如果 x< 树的高度，才能锯到木材
        if (x < a[i]) s = s + a[i] - x;
        // 如果得到 >=m 米的木材，就可以停止返回
        if (s >= m) return true;
    }
    return false;
}

int main()
{
    cin>>n>>m;
    // 读入木材的高度
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin>>a[i];
        r = max(a[i], r); //r 的值应该是：所有树的最高高度
    }

    // 二分答案
    while (l <= r)
    {
        mid = l + r >> 1;
        // 如果高度为 mid 的情况下，能够得到 >=m 的木材
        if (check(mid)) l = mid + 1;
        else r = mid - 1;
    }

    cout<<l - 1; // 右边界
    return 0;
}

```

```
#include <iostream> //2-1909 跳石头 kevinh
using namespace std;
int l, n, m, a[505000], i;

bool check(int mid)
{
    int p=0, c=0;
    for (int i=0; i<n; i++)
    {
        if (a[i]-p<mid)
        {
            c++;
        }
        else
        {
            p = a[i];
        }
    }
    if (l-p<mid) c++;
    return c<=m;
}
```

```
int main()
{
    cin>>l>>n>>m;
    for (i=0; i<n; i++)
    {
        cin>>a[i];
    }

    int left=0, right=l, mid;
    while(left<=right)
    {
        mid = (left+right)/2;
        if(check(mid))
        {
            left = mid+1;
        }
        else
        {
            right = mid-1;
        }
    }
    cout<<left-1<<endl;
    return 0;
}
```

二维数组求解：

```
#include <bits/stdc++.h> //3-1561-1 买木头  javacn
using namespace std;

int main() {
    int n, m, l_1, s_1, i, j;
    // 记录 n 个商家每个商家的木头的长度和数量
    int a[100][2];
    int r; // 最长木头长度
    cin >> n >> m >> l_1 >> s_1;
    // 第一个商家木头长度和数量
    a[1][1] = l_1;
    a[1][2] = s_1;
    int max = a[1][1]; // 最长木头的长度

    for (i = 2; i <= n; i++) {
        a[i][1] = ((a[i - 1][1] * 37011 + 10193) % 10000) + 1;
        a[i][2] = ((a[i - 1][2] * 73011 + 24793) % 100) + 1;

        if (a[i][1] > max) {
            max = a[i][1];
        }
    }
}
```

```
// 输出每个商家的木头的长度和数量
// for(i = 1; i <= n; i++) {
//     cout<<a[i][1]<<"    "<<a[i][2]<<endl;
// }

// 计算在每个长度下各个商家能供多少根木头
int c;// 在每个长度下，各个供应商能供多少根木头
for(i = max; i >= 1; i--)
{
    c = 0;
    // 循环每个供应商
    for(j = 1; j <= n; j++)
    {
        c += a[j][1] / i * a[j][2];
    }

    // 如果根数够
    if(c >= m)
    {
        r = i;
        break;
    }
}

cout<<r<<endl;
return 0;
}
```

二分求解：

```
#include <bits/stdc++.h> //3-1561-2 买木头  javacn
using namespace std;
const int N = 10010;
int len[N], cnt[N];
int n, m;

// 检验切割长度为 mid, 能否切出 m 根以上的木头
bool check(int mid)
{
    int c = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        c += len[i]/mid*cnt[i];
    }
    return c >= m;
}
```

```
int main()
{
    cin>>n>>m>>len[1]>>cnt[1];

    int l = 1, r = len[1], mid;
    // 递推出每个供货商的木头长度和数量
    for (int i = 2; i <= n; i++)
    {
        len[i] = ((len[i-1]*37011+10193)%10000)+1;
        cnt[i] = ((cnt[i-1]*73011+24793)%100)+1;
        r = max(len[i], r);
    }

    // 二分可能的长度
    while (l <= r)
    {
        mid = l + r >> 1;
        // 如果长度为 mid 能切出 >=m 个木头
        // 放长
        if (check(mid)) l = mid + 1;
        else r = mid - 1;
    }

    cout<<l-1;
    return 0;
}
```

二分两头牛最大距离的最小值，如果两头牛的最大距离为 mid ，能够容纳 $\geq c$ 头牛，说明检验成功，将答案放大一点再试试。否则，将答案缩小。

```
#include<bits/stdc++.h> //4-1910-1 愤怒的奶牛    javacn
using namespace std;
const int N = 1e5 + 10;
int a[N], l, r, mid, n, c;

// 测试距离为 mid, 可以放几头牛
bool check(int mid)
{
    int tot = 1; // 默认能放 1 头
    // last: 表示上 1 个牛栏
    int last = 1; // 第 1 个牛栏肯定有牛
    for (int i = 2; i <= n; i++)
    {
        if (a[i] - a[last] >= mid)
        {
            tot++; // 牛栏数自增
            last = i;
        }
    }

    if (tot >= c) return true;
    else return false;
}
```

```
int main()
{
    //n 个牛栏，c 头要分隔的奶牛
    cin>>n>>c;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cin>>a[i];
    }
    // 排序
    sort(a+1, a+1+n);
    // 在 [l, r] 之间查找最大的最近距离
    l=1, r=a[n]-a[1];
    // 找右边界
    while(l <= r)
    {
        mid = (l + r) >> 1;
        if(check(mid)) l = mid + 1;
        else r = mid - 1;
    }

    cout<<l-1;
    return 0;
}
```

```
#include<bits/stdc++.h>//4-1910-2    hasome
using namespace std;
int n, c, a[100010], l, r=INT_MIN, mid;
bool check(int x)
{
    int sum=c-1;
    int j=2;
    int i=1;
    while (sum>0)
    {
        while (a[j]-a[i]<x)
        {
            j++;
            if (j==n+1) return false;
        }
        i=j;
        sum--;
    }

    return true;
}
```

```
int main()
{
    cin>>n>>c;
    for (int i=1; i<=n; i++)
    {
        cin>>a[i];
        r=max(a[i], r);
    }
    sort(a+1, a+n+1);
    l=1;
    r=r-1;
    while(l<=r)
    {
        mid=l+r>>1;
        if (check(mid))
        {
            l=mid+1;
        }
        else
        {
            r=mid-1;
        }
    }
    cout<<l-1<<endl;
    return 0;
}
```

二分答案，检验如果最小的空旷指数为 x 的情况下，路标数量是否 \leq 规定的 k 。

```
#include<bits/stdc++.h> //5-1912      最小的空旷指数      javacn
using namespace std;
int l, n, k;
int a[100010];
// 检验如果最小的空旷指数为 x 的情况下
// 路标数量是否  $\leq$  规定的 k
bool check(int x)
{
    int cnt=0;
    for(int i=2; i<=n; i++)
    {
        int d=a[i]-a[i-1];
        if(d>x)
        {
            cnt+=d/x;
            if(d % x == 0) cnt--;
        }
    }
    return cnt<=k;
}
```

```
int main()
{
    scanf ("%d%d%d", &l, &n, &k);
    for (int i=1; i<=n; i++)
    {
        scanf ("%d", &a[i]);
    }
    // 读入无序，排序
    sort(a+1, a+1+n);
    // 二分答案，如果 left、right 定义在 main 的外面
    // 记得不能用 left、right 这样的函数名
    int left=1, right=l;
    while (left<=right)
    {
        int mid=(left+right)>>1;
        if (check(mid)) right=mid-1;
        else left=mid+1;
    }
    // 输出左边界
    cout<<left;
}
```

二分可能的伤害值，如果伤害值为 mid 的情况下，能够通过迷阵，则降低伤害值继续尝试。

判断伤害值为 mid 的情况下，能否通过迷阵的方法是：广搜，如果某个点的伤害值值 $\leq mid$ ，则认为该点可行。

参考解法：

```
#include <bits/stdc++.h> // 6-1916 防御迷阵 Iavacn
using namespace std;

/*
第1行是入口，第n行是出口
伤害值：经过所有点的伤害值的最大
求：最小的伤害代价（求最大值的小的问题）
*/

二分答案：
1. 答案具备单调性——可以二分
2. 思考二分的范围：答案在什么范围内
3. 思考左边界、右边界
*/
```

```
int a[1010][1010];
int n, m;
int l = INT_MAX, r = INT_MIN, mid;
// 广搜变量准备
int q[1000100][3];
int fx[5] = {0, 0, 1, 0, -1};
int fy[5] = {0, 1, 0, -1, 0};
bool f[1010][1010]; // 标记是否走过

// check(mid)：判断伤害值为 mid 的情况下，能否通过迷阵
// 检验方法：采用广搜，从 1, 1 出发，走  $a[i][j] \leq mid$  的点，看能否走到第 n 行
```

```
//check(mid)：判断伤害值为 mid 的情况下，能否通过迷阵
// 检验方法：采用广搜，从 1,1 出发，走 a[i][j]<=mid 的点，看能否走到第 n 行
bool check(int v)
{
    // 重设标记数组的值，因为要广搜多次
    memset(f, false, sizeof(f));
    int h = 1, t = 1;// 指针
    // 交代起始点
    q[1][1] = 1;
    q[1][2] = 1;
    f[1][1] = true;// 标记走过
    int tx, ty;// 要去的点
    while(h <= t)
    {
        // 尝试四方向
        for(int i = 1; i <= 4; i++)
        {
            tx = q[h][1] + fx[i];
            ty = q[h][2] + fy[i];
            // 如果该点可行
            // ! 表示取反
            if(tx>=1&&tx<=n&&ty>=1&&ty<=m&&!f[tx][ty]&&a[tx][ty]<=v)
            {
                t++;
                q[t][1] = tx;
                q[t][2] = ty;
                f[tx][ty] = true;// 走过标记
                // 判断是否出迷阵
                if(tx == n) return true;
            }
        }
        h++;
    }
    return false;
}
```

```
int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        for(int j = 1; j <= m; j++)
        {
            cin>>a[i][j];
            // 如果不是第 1 行和最后一行，才是伤害值
            if(i != 1 && i != n)
            {
                l = min(l, a[i][j]);
                r = max(r, a[i][j]);
            }
        }
    }

    // 二分
    while(l <= r)
    {
        mid = l + r >> 1;
        // 如果伤害值为 mid，能通过，减少伤害值，再尝试
        if(check(mid)) r = mid - 1;
        else l = mid + 1;
    }

    cout<<l;// 左边界
    return 0;
}
```